I OLIMPÍADA LAVRENSE DE MATEMÁTICA - 2016

NÍVEL I - 1ª FASE - Gabarito

1. Resposta: **B**

   Solução: O número do lado direito da igualdade começa com 10 e termina com 01. No meio, teremos somente o algarismo 9. A quantidade de dígitos iguais a 9 que aparece no número à direita é um a menos do que a quantidade de dígitos iguais a 9 que aparece à esquerda.

   Então, 11×9999991 será igual a 109999901, pois temos seis dígitos iguais a 9 no número 9999991.

   Agora, vamos entender o padrão:

   Como 11 é $10 + 1$, toda vez que multiplicamos um número por 11, primeiramente, podemos multiplicá-lo por 10 e depois somar o resultado com ele mesmo. Por exemplo, $11 \times 8 = (10 + 1) \times 8 = (10 \times 8) + 8$.

   Então, quando fazemos 11×91 temos $910 + 91$, que por sua vez é $910 + 91 = 910 + 90 + 1$. Quando somamos 910 com 90, obtemos 1000. O algarismo 1 aparece no final, pois somamos o resultado 1000 com 1.

   De modo semelhante, $11 \times 991 = 9910 + 991 = 9910 + 90 + 900 + 1$. A soma $9910 + 90$ é 10000 e os dígitos iguais a 9 aparecem devido à soma de 10000 com 900, ou seja, 10900. Somando este resultado com 1, obtemos 10901. Da mesma forma, calculamos os demais casos.

2. Resposta: **C**

   Solução: Como Emanuelle disse que Marlon estava errado, a placa de seu carro não termina em 0 e nem em 5. Assim, já sabemos que Emanulle não pode dirigir às quartas-feiras.

   Como Antônio também estava errado, Emanuelle não pode dirigir às segundas-feiras. Consequentemente, concluímos que a placa do carro de Emanuelle é um número par. Logo, ela pode dirigir às quintas-feiras.

   Emanuelle afirmou que todos os dígitos de sua placa são diferentes, logo ela não pode dirigir às sextas-feiras. Como a soma dos dígitos da placa é igual a 12, ela pode dirigir às terças-feiras e aos sábados.

   Concluímos que Emanuelle pode dirigir nos seguintes dias da semana: terças-feiras, quintas-feiras e sábados.

3. Resposta: **D**

   Solução: Por contagem direta obtemos:

   (a) Falso: 15 vogais e 20 consoantes. (b) Falso: somente duas palavras estão acentuadas. (c) Falso: 10 vogais antes da vírgula e 12 depois da vírgula (d) Verdadeiro.

4. Resposta: **A**

   Solução: Vamos supor que Pedro comeu o bolo. Neste caso, os outros três irmãos estão falando a verdade. Mas a Thais disse que foi Mariana, então ela estaria mentindo. Como não podemos ter dois mentirosos, concluímos que não foi Pedro.

   Por sua vez, vamos supor que Célio comeu o bolo. Como Thais disse que foi Mariana, ela também estaria mentindo, o que não é possível. Logo, Célio não comeu o bolo.

   Agora, suponha que Thais comeu o bolo. Como Mariana disse que foi um menino, ela também estaria mentindo, o que não é possível.

   Portanto, por eliminação, foi Mariana quem comeu o bolo. De fato, se Mariana está mentindo, então os demais irmãos estão falando a verdade, ou seja, de acordo com Pedro, foi uma menina, de acordo com Thais, foi Mariana, e, finalmente, de acordo com Célio, não foi ele.

5. Resposta: **D**

   Solução: Na primeira folha, temos um triângulo de base medindo 8 cm e altura medindo 6 cm. Logo, sua área é igual a 24 cm^2. Já na segunda folha, girando-a, teremos um triângulo com base igual a 6 cm e altura igual a 8 cm. Logo, sua área também será de 24 cm^2. Assim, a área do barquinho é de 48 cm^2.

6. Resposta: **B**

   Solução: A soma $MAT + BIO$ é igual a $623 + 947 = 1570$ e, seguindo a tabela, o resultado é $UFOP$.

7. Resposta: **C**

   Solução: A senha do Márcio é formada pela letra M, o algarismo 7 e mais um algarismo que pode ser 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9.

   Podemos organizar os elementos representando as possibilidades de posições. A posição do elemento da senha em que pode ser qualquer algarismo é representada por um traço. Assim, temos $M7\_$, $7M\_$, M_7, 7_M, $\_M7$ e $\_7M$.

   Para cada uma delas, temos 10 possibilidades. Então, no total teremos $6 \times 10 = 60$ combinações possíveis para a senha. Logo, serão no mínimo 60 tentativas.

8. Resposta: **A**

Solução: Os caminhos são: AD, AED, $ABED$, $AECD$, $ABCD$, $ABECD$, $ABCED$ e $AEBCD$, totalizando 8 possibilidades.

9. Resposta: **C**

   Solução: Vamos denotar por x, y e z as quantias em dinheiro que Ana Carolina (13 anos), Thais (17 anos) e Andreia (20 anos) irão receber, respectivamente.

Nomes	Ana Carolina	Thais	Andreia
Idades	13	17	20
Valor	x	y	z

   A soma das quantias resulta em 100 reais, isto é, $x+y+z=100$. Além disso, $\frac{x}{y}=\frac{13}{17}$ e $\frac{z}{y}=\frac{20}{17}$, ou seja, $x=\frac{13y}{17}$ e $z=\frac{20y}{17}$. Logo, fazendo as substituições de x e z obtemos

   $$\frac{13y}{17}+y+\frac{20y}{17}=100 \Rightarrow \frac{13y+17y+20y}{17}=100 \Rightarrow \frac{50y}{17}=100 \Rightarrow y=\frac{1700}{50}=34.$$

   Portanto, Thais receberá $R\$34,00$.

10. Resposta: **B**

    Solução: A soma dos ângulos internos do triângulo DNE é $N\hat{D}E+D\hat{E}N+E\hat{N}D=180^o$. Como $N\hat{D}E=45^o$ e $E\hat{N}D=90^o$, então $D\hat{E}N=45^o$. Agora, como $D\hat{E}N+N\hat{E}B=180^o$ e $D\hat{E}N=45^o$, concluímos que $N\hat{E}B=135^o$.